Dříve než začnu, chtěl bych vám prozradit jako uznávaný *Otec zakladatel oboru matematické inženýrství* jedno sladké tajemství. Tento obor má letos jednadvacet let, takže studenti, kteří navštěvují jeho první nebo druhý ročník nebyli v době jeho založení ještě na světě. A je příjemné, že jeho první ročník sestává letos ze tří kroužků. Tento pětiletý studijní obor byl schválen VR FS v červnu 1993 na návrh trojice Karpíšek–Zlámal–Ženíšek, který přednesl na VR prof. Zlámal, její tehdejší člen. Celý dokument návrhu měl více než 120 stran.

Od března 1994 jsem se stal ředitelem ÚM FS, takže druhá věc, kterou zde chci v úvodu vyslovit, je upřímné poděkování doc. Josefu Nedomovi, který byl v letech 1994 až 2003 mým zástupcem. Bez jeho pomoci a nápadů bych funkci ředitele ústavu matematiky FSI spolu s rozvíjením matematického inženýrství neukočíroval. Josef byl, mimochodem, také zástupcem ředitele OVC, když mu dlouhá léta řediteloval dnes vzpomínaný prof. Miloš Zlámal. Josefe, díky.

Velká matematika bez matematiky

A nyní k mé samotné přednášce. Jejím obsahem bude hlavně “*Velká matematika bez matematiky*”. Nebuďte překvapeni! Uvidíte, že velmi hluboké matematické výsledky lze vyslovit bez jediného vzorečku, natož komplikovanějšího matematického vztahu, a to zcela srozumitelně, zcela jasně. → Několika lidem, které jsem osobně zval, jsem sliboval, že moje přednáška bude “dost sranda”. Ale jaksi se mi to nepodařilo, což mne mrzí. Asi sranda a matematika jsou dvě hodně různé věci.

Nejprve se však musím zmínit o názvu své přednášky, tj. *Profesor Zlámal a já.* Nejsem s tím zrovna spokojen, mnohem atraktivnější by byl název *Zlámal a muži kolem něho*, ale to by nezahrnovalo Dr. Helenu Růžičkovou. *Zlámal a matematici kolem něho* také nešlo, protože Holuša a Kratochvíl jsou inženýři. Tak jsem musel zůstat u Zlámala a mne.

Těmi *matematiky kolem Zlámala* rozumím aktivní členy Zlámalova semináře z let 1968 až 1972, známou *brněnskou matematickou školu MKP*, která měla díky Prof. Jiřímu Kratochvílovi svými výsledky velký náskok před celým tehdejším matematickým světem. Pokud jde o členy toho semináře, byli to vedle Zlámala podle abecedy: Čermák, Dalík, Chábek, Koukal, Melkes, Nedoma, Růžičková, Ženíšek. Přidáme–li k tomu dva výrazné nečleny semináře, tj. Holušu a Kratochvíla, šlo o jedenáct jmen, což je na Brno dosti velké číslo; a to jsem nejmenoval Ing. Leitnera a prof. Ing. Koláře. Zbylo nás však už jenom šest.

Dříve než konečně začnu, vyslovím ještě svoje krédo:

1. Bez Zlámala by Ženíšek v numerické matematice nic nebyl.
2. Bez Kratochvíla by Ženíšek teprv nebyl a Zlámal by se nestal matematickou hvězdou první velikosti.

Mějte to, prosím, na paměti, když začnu mluvit víc o sobě než o Zlámalovi.

Co se týče Zlámala a mne, náš vztah prošel za těch dlouhých 40 let od roku 1957, kdy jsem poslouchal jeho přednášky o PDR na PřF, různými proměnami. Těch proměn by nebylo, nebýt Františka Leitnera, spolupracovníka osvíceného Ing. Jiřího Kratochvíla. Proč osvíceného? No, řekněte, kolik inženýrů řekne “Františku, teď bychom už potřebovali matematika”. A tak jsem poznal v roce 1967 muže s velkým přehledem o literatuře, který mi v září 1967 dal fotografickou kopii článku Pin Tonga publikovaného v *Solids and Structures*, který byl základem mé disertační CSc.–práce. Se Zlámalem jsem se tak po druhé setkal na konci roku 1967 už jako "tvůrčí matematik" v uvozovkách. Proto byl ochotný se mnou o MKP mluvit – nikdo lepší tehdy v Brně nebyl, a Zlámal potřeboval o MKP z hlediska matematiky nahlas mluvit. O MKP se dozvěděl jako já od tandemu Kratochvíl–Leitner; tuto dvojici často v LPS potkával. Když se dozvěděl na svůj dotaz, co tam stále dělají, že pracují na MKP–programu pro zemní hráze, tehdy prohlásil: "Myslím, že metoda sítí je lepší".

Zlámal byl analytik, já syntetik a cizelér. Zlámalův první článek o MKP došel do *Numerische Mathematik* 17. dubna 1968, můj do *Aplikací matematiky* 31. března 1968. Byly to první dva články o MKP v matematických časopisech.

Dostáváme se konečně k tématu mé přednášky a začnu hádankou, jejíž řešení je velmi obtížné: *Dvanáct slabik stačí k úplnému popisu triku, který spojuje (syntetizuje) dvě velké MKP–metody numerické analýzy. Které jsou to slabiky?* A protože řešením hádanky je můj velký trik, uvedu a popíšu jeho vznik doslova: V říjnu 1984 organizoval Zlámal oslavy svých šedesátin v Mariánských lázních. Těsně před odjezdem jsem si ošklivě natloukl kolenno, takže jsem zůstal doma. Abych se vleže nenudil, psal jsem svoje Maxoviny. Poslední s názvem *Max končí* popisovala dobývání jedné dívky jménem Marta, k čemuž Max potřeboval peníze, ale:

Pokladna prázdná – adié žití,
ale na dně přece něco se třpytí!
Ať je to zlato, nebo jen slída,
písmena jsou to – hle jméno Lída.

Lída je tango, Lída je zvon,
na který zvoní Max seladon.
Lída je vichřice, Lída je kost,
Lída je vrozená trpělivost.

Lída není Manon, už je žena,
která je životem poučená.
Karle Čapku, kdo se přidá,
báječná věc tahle Lída!

Spokojeně jsem protáhl svoje ležící tělo, zahleděl se ke stropu – a náhle jssem zařval: ,,Oh, my dear Watson! It's so simple: Stačí interpolovat jednoduché složitým.“ To bylo těch dvanáct slabik:

INTERPOLOVAT JEDNODUCHÉ SLOŽITÝM!

Do října 1984 to nikoho na světě nenapadlo – a mně to trvalo šest let. Význam tohoto triku trochu vysvětlím. Nechť w_{lin} je lineární polynom a w_{id} Zlámalův ideální prvek jednoznačně určený funkčními hodnotami $w_{\text{lin}}(P_i)$ ve vrcholech zakřiveného konkávního trojúhelníka T s dvěma přímými stranami. Potom

$$\|w_{\text{id}} - w_{\text{lin}}\|_{1,T} \le Ch\|w_{\text{lin}}\|_{2,T} = Ch\|w_{\text{lin}}\|_{1,T} \quad \mathit{Zenisek's\ use\ of\ Zlamal's\ result}$$

$$\|w_{\text{id}} - w\|_{1,T} \le Ch\|w\|_{2,T}, \quad w_{\text{id}}(P_i) = w(P_i) \quad (i = 1, 2, 3).$$

Tuto část svého dnešního proslovu jsem měl hotovu před Silvestrem 2014, Ten den, inspirován nedávným rozhovorem s Ivankou Devátou – kolegyní–spisovatelkou a kamarádkou od kvinty – jsem začal psát knihu s atraktivním názvem

JAK JSEM SE NEZBLÁZNIL

Je 1. ledna 2015, 20 minut v Novém roce. Je za mnou nejlepší rok mého života, pokud se na svůj život pamatuji. A jsem stále na svobodě – nejsem v blázinci.

V tuto dobu jsem po mnoho let psával svoje *okolonovoročno* – malé zamyšlení, která chvíle v právě uplynulém roce byla pro mne nejvýznamnější, nejdůležitější, nejdražší. Tentokrát však musím prohlásit, že celý rok 2014. Poslední měsíce přitom nabíraly na obrátkách jako podle nějaké exponenciely $f(t) = 10^t$ či $f(t) = 100^t$ či o ještě větším základě... Byl to vzrušující amalgám zážitků, které splývaly v jedno. Přitom jsem se musel tvářit normálně, aby mne – *probůh* – nestrčili do blázince. Napsal jsem dokonce dopis Einsteinovi, že má ve svém základním článku z roku 1905 *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*[1] chybu, která se sice ve výsledku neprojeví, ale celý postup k tomu výsledku je špatný. Dopis začínal slovy *You did a curious mistake, Dr. Einstein!* Víc o tom napíšu později, protože předtím se událo hodně věcí – a o všech chci napsat; vždyť píšu přece svoje rozsáhlejší *okolonovoročno*.

Posledními dvěma roky své existence jsem potvrdil a současně popřel hned několik Murphyho zákonů. Vezměmeme si např. tento:

Všechno trvá déle než se
předpokládalo

Ode dneška za čtyři týdny mi bude 79 let, takže podle elementární statistiky jsem měl být již několik let mrtev. To zdánlivě potvrzuje citovaný zákon – Murphyho zákony jsou však o negativním vývoji a stavu věcí, ale hned moje úvodní věta (o roku 2014 jako nejlepším roku mého života) je pozitivní výpovědí.

Mám velmi rád slova a jejich řazení do veršů, ve kterých znějí jinak než izolovaně. Už v roce 1939 jsem přišel jednou za svou maminkou a poprosil ji: ,,Mami, udělej mi notu na

Rytíři, rytíři,
už je čtvrt na čtyři.

Tak je to se mnou celý můj život, takže o sobě prohlašuji:

Vzděláním teoretický fyzik,
profesí numerický matematik,
zálibami pěvec a karbaník,
ale celým svým srdcem básník.

Pořád jen píšu. Celý rok 2013 jsem kupříkladu psal 365 stran tlusté Memoáry. Třistapětašedesát proto, že to je magické číslo:

$$365 = 10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

čili

$$365 = 100 + 121 + 144 = 169 + 196$$

Jaká krásná poezie čísel! Čísla a celá matematika vůbec je pro některé vznešenou poezií. Ale je to mnohem víc: Každý korektní matematický výrok je absolutní pravda – či lépe: je to část velké absolutní pravdy. Erwin Schrödinger, velký teoretický fyzik, to ve své knize Duch a hmota řekl lépe: Na matematice je krásné, že

[1]Kdysi dávno jsem si neuvědomoval, že těmi pohybujícími se tělesy myslí A.E. elementární částice.

matematické vztahy platily a budou platit nezávisle na našem bádání. Matematická pravda není vázána na čas, nevzniká, až když ji objevíme. Nicméně její objevení je velmi reálná událost, jež může vyvolat vzrušení jako velký dar nadpřirozena.

Je zajímavé, že jsem poprvé trojknihu *Co je život/Duch a hmota/K mému životu*[2] otevřel na str. 191, kde jsem našel uvedený citát. Tato příhoda ve mně utvrdila víru v magii čísel, protože na všech svých přednáškách jsem vždy prohlašoval, že matematické pravdy existují nezávisle na lidském myšlení (což je ovšem čistě idealistický názor).

Velká matematika nemusí být psána vysokou matematikou. Někdy na ni stačí inteligentní osmák; jako na jeden důkaz Pythagorovy věty, který uvedu, zbude–li čas.

Svůj největší matematický objev jsem získal v říjnu 1984 po šesti letech tápání a intenzivního přemýšlení. Spočíval nakonec v prostém poznatku, že bývá někdy užitečné

interpolovat jednoduché (jako např. polynom prvního stupně na trojúhelníku) něčím složitějším – tím složitějším byl v tomto případě Zlámalův konečný prvek na zakřiveném konkávním trojúhelníku jednoznačně určený funkčními hodnotami onoho polynomu ve vrcholech trojúhelníku.

Dvanácti slabikami:

Jednoduché interpolovat složitým.

Tento trik syntetizoval a komprimoval jednotlivé MKP–teorie v jednu. Hned jsem začal psát článek *How to avoid the Green theorem in the Ciarlet– Raviart theory* a poslal to Ciarletovi k publikaci v MMAN. → Teprve teď na začátku roku 2015 jsem si položil otázku, proč jsem v roce 1985 požádal profesora Feistauera o spolupráci při aplikaci svého *velkého triku* v nelineárních problémech, v kterých jsem zatím nepracoval; proč jsem se neobrátil na Zlámala. Začínám to pouze tušit. → Před dvěma roky mi Prof. Křížek sdělil, že Ciarleta hrozně mrzelo, že Feistauer a Ženíšek mu vyfoukli rybník. Mohl si za to sám. Článek *How to avoid..* měl v rukopisu k dispozici.

Těch 6 let strávených blouděním a hledáním *velkého triku* není nic proti 16 letům, které jsem potřeboval než jsem napsal článek
Extensions from the Sobolev spaces H^1 satisfying prescribed Dirichlet boundary conditions. Appl. Math. **49** (2004), 405 – 413. (Toto je *výsledek, na který jsem čekal 16 let*, tj. od roku 1986, kdy jsem psal článek [67] a dokázal existenci tohoto prodloužení ne zcela obecně.)

A toto vše není nic proti jednapadesáti letům (počítaným od roku 1963), které jsem potřeboval na to, abych si uvědomil, že Einstein neznal v roce 1905 matematiku – stejně jako já do roku 2014. A tak jsem napsal článek s názvem *You did a curious mistake, Dr. Einstein!*, který jsem zaslal do *Kvaternionu* v češtině.

Kromě toho, že jsem potkal prof. Jiřího Kratochvíla, měl jsem ve svém vědeckém životě další štěstí: Pro své první výsledky v metodě konečných prvků jsem matematiku příliš nepotřeboval. Stačila mi moje fantazie, která se vyřádila dokonale. Nyní, když už trochu matematiku umím, jsem napsal i články, ve kterých se pojem MKP nevyskytuje. Výsledky uvedené v těchto článcích jsou však pro teorii MKP velmi užitečné (viz [85], [86] a [88]).

[2]Vydalo nakladatelství VUTIUM v roce 2004 v překladu M. Černohorského a M. Fojtíkové.

Na rozdíl od matematiky fyzika vytváří jenom modely existujícího světa; její zákonitosti nemají tvar absolutních pravd.

Chtěl být filozof,
ale radost z života
mu to kazila.

Čísla jsou současně krásná a pravdivá a nikdy nejsou vrtošivá. V tom tkví jejich výjimečnost. V přírodě navíc platí *princip matematické elegance*, který říká: *Čím je nějaký vztah nebo výraz elegantnější, tím je blíže absolutní pravdě.* Tento princip je často důležitým indikátorem správnosti vědcova postupu. První jej vyslovil anglický fyzik Dirac ve své přednášce *Elektrony a vakuum*, kde jej demonstroval na Schrödingerově případu, když E. Sch. dospěl ke své (Schrödingerově) rovnici, *jejíž elegance ho fascinovala.*

Ale vrátím se zpět až do roku 1968. To Zlámalovi v první polovině toho roku přijali v *Numer. Math.* článek *On the finite element method*, jehož největším hitem bylo publikování trojúhelníkového C^m–elementu s polynomem pátého stupně a důkazem konvergence MKP v maximální normě. Rukopis článku jsem znal od začátku dubna 1968, a protože jsem právě dopsal svou kandidátskou práci, začal jsem se zajímat o zobecnění. Byla to pro mne téměř rok jízda dlouhým tmavým tunelem, kde se mi rozjasnilo v únoru 1969 a já měl náhle před sebou jako na talíři trojúhelníkové C^m–elementy pro libovolné m. Přejete si C^{milion}? Posloužím polynomem stupně 4 000 001 (slovy: čtyři milióny jedna), čili obecně $\boxed{n = 4m + 1}$.
Nejzajímavější na tomto výsledku bylo, že do dubna 1968 známé trojúhelníkové prvky (polynomy stupně $1, 2, 3$ a 5) byly jedinými čtyřmi anomálními členy mé trojúhelníkové hiearchie, takže jsem se nemohl zpočátku o nic opřít.

Na základě tohoto výsledku jsem obhájil v pátek 13. června 1969 svou habilitační práci, ale docentský dekret jsem dostal až v roce 1978. Hned v červnu 1969 jsem si položil otázku, jak vypadá C^1–element na čtyřstěnu. Je to polynom sedmého nebo devátého stupně? Čili jak vypadá třetí člen posloupnosti? Té nebo té:

$$\{n = 2d + 1\} \quad \text{nebo} \quad \{n = 2^d + 1\}, \quad \text{kde} \quad d = 1, 2, 3, \ldots?$$

První dva členy obou posloupností jsou stejné: 3 a 5. Jsou to C^1–simplexy pro $d = 1$ a $d = 2$. Lois Mansfield(ová) napsala tlustý preprint, kde měla $n = 7$. Když mi jej Zlámal v prosinci 1969 předával po návratu z USA, hned jsem mu řekl: "To je špatně! Musí být $n = 9$." Už jsem věděl, jak zadat 220 parametrů, které jednoznačně určují trojrozměrný C^1–simplex. (Trojúhelníkový C^1–element má jenom 21 parametrů,) Aspoň zde řeknu, jak jsem na $n = 9$ přišel. → Trojúhelníkový C^1–element je zadán tak, že jeho strany jsou tvořeny (mimo jiné) jednorozměrnými C^2–simplexy. Tedy stěny trojrozměrého C^2–simplexu musí být aspoň trojúhelníkovými C^2–elementy, což jsou polynomy devátého stupně.

Prof. Gilbert Strang v první matematické monografii o MKP, kterou napsal s G. Fixem (*An Analysis of the FEM*, Prentice–Hall 1973) napsal o mých trojúhelníkových C^m–elementech: Co se týče trojúhelníkových C^m–elementů, Ženíšek dokázal tuto znamenitou větu: Mezi parametry, které určují trojúhelníkové C^m–elementy, musí být všechny derivace až do řádu $2m$, které jsou předepsány ve vrcholech trojúhelníka.

Tuto nutnou podmínku splňují všechny moje C^m–elementy, ale větu citovanou Strangem jsem tehdy ještě nedokázal. Tak jsem ji dokázal a publikoval v RAIRO v článku s názvem *A general theorem on triangular finite C^m–elements.* Vyšel v roce 1974.

Teď už jenom **závěr**: Už ani karty nechodím hrát, takže jsem byl nedávno otázán se silným sarkasmem: "Co pořád nad tím sedíš? To chceš spasit svět?" Odpověděl jsem zcela vážně: "Ne, ale chci spasit sebe!"

K tomu je nutné poznamenat, že jde o teorii relativity, o které jsem současně dopsal dvě knížky: POCKET RELATIVITY a RELATIVITA DO KAPSY.

DODATKY

1. Předevčírem 30.12.2014 jsem napsal tuto báseň (variaci jedné starší mé básně)

DOUŠEK VZDUCHU

(slečně, která omylem
vytočila mé číslo
a má sympatický hlas)

Slečno, mám rád Váš hlas... Toť vánek,
tak prchavý, tak svěží,
je douškem vzduchu od studánek,
které až v horách leží.

Jste ticho temného jezera,
budu Vám naslouchat...
A v kouzlu dnešního večera
Vám s ramen sklouzne šat.

2. Důkaz Pythagorovy věty, který zvládne osmák: Mysleme si pravoúhlý trojůhelník o stranách a, b, c, kde $a \leq b < c$, a nakresleme čtverec o straně $s = a + b$. Na každé straně zvolme bod, který tuto stranu dělí na části a a b. Tyto čtyři body jsou vrcholy vepsaného čtverce o straně c. Pro plošný obsah původního čtverce platí

$$P = s^2 = (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

a současně

$$P = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab = c^2 + 2ab,$$

kde $\frac{1}{2}ab$ je plocha daného pravoúhlého trojúhelníka. Porovnejme pravé strany obou vztahů:

$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ab$$

Odtud plyne $a^2 + b^2 = c^2$, což jsme chtěli dokázat.